

# MODELLI MATEMATICI E SPORT

Il dossier è articolato nelle seguenti sezioni:

- Articoli
- Glossario
- Competenze
- Collegamenti interdisciplinari
- Ulteriori risorse online

# Articoli

---

Articolo di Vincenzo Senzatela, pubblicato su OggiScienza

## La matematica applicata alla Formula 1

Segui il link per leggere l'articolo direttamente sul sito di OggiScienza

<http://oggiscienza.it/2016/03/15/chimica-modelli-matematici-errore/>

TECNOLOGIA – In vista dei primi test è stata presentata a Maranello la nuova **Ferrari** per il mondiale 2016 di F1. La maggior parte delle nuove vetture saranno invece presentate lunedì prossimo a Barcellona, direttamente in pista. I nuovi modelli sono il risultato di un lungo lavoro di progettazione, iniziato in alcuni casi più di due anni fa, che coinvolge diverse discipline tra cui soprattutto la **meccanica** e l'**aerodinamica**. Quest'ultima, in particolare, è diventata negli ultimi 30 anni uno dei campi d'applicazione per eccellenza della matematica applicata.

Sin dalla fine degli anni Sessanta del secolo scorso, con l'introduzione degli alettoni sulle vetture, la *performance* della F1 si è basata sul trovare il giusto bilanciamento tra carico aerodinamico, la forza che tiene la vettura incollata a terra e che consente di andare più veloce nelle curve, e la resistenza all'avanzamento, che si traduce in basse velocità nei rettilinei. Questo perché tendenzialmente nel generare carico, con un'ala per esempio, si produce anche una forte resistenza aerodinamica. Come trovare la soluzione ottimale? È qui che entra in gioco la matematica applicata alla **fluidodinamica**, la branca della fisica che studia il comportamento dei fluidi come l'aria o l'acqua. Le equazioni che descrivono il problema, note come equazioni di Navier-Stokes, sono note da più di un secolo, ma dal punto di vista matematico sono una vera sfida. Tranne in casi particolari, infatti, non hanno soluzioni esatte e per utilizzarle bisogna ricorrere a semplificazioni e approssimazioni più o meno importanti con risultati, soprattutto in passato, non sempre soddisfacenti.

Di fronte all'impossibilità di avere soluzioni esatte, la progettazione delle monoposto di F1, fino a fine anni Novanta, veniva fatta in base a intuizioni suggerite dall'analisi teorica del problema (molto spesso si prendevano idee in prestito dall'aeronautica) che andavano poi verificate in **galleria del vento** e in **pista**. Proprio grazie a questo tipo di analisi, a fine anni Settanta del secolo scorso si intuì che si può usare il fondo della vettura per generare carico aerodinamico grazie al così detto effetto suolo senza aumentare eccessivamente la **resistenza**. Questa idea, però, una volta implementata sulle vetture ha prodotto risultati a volte strepitosi come la [Lotus 79](#) che vinse il campionato del 1978, a volte fallimentari come la [Ferrari F92A](#), dotata di un innovativo dop-

pio fondo, che disputò un disastroso campionato nel 1992. Erano i limiti del vecchio approccio al problema.

Con lo sviluppo della capacità di calcolo dei computer è diventato possibile nel corso degli anni effettuare **simulazioni** fluidodinamiche risolvendo le equazioni tramite un'operazione di discretizzazione, ovvero il passaggio da un problema continuo a uno discreto. Invece di considerare le proprietà del fluido in ogni punto (cosa che richiederebbe una capacità di calcolo infinita) si traccia una griglia nello spazio e si calcolano le proprietà solo sui punti di questa griglia mentre le superfici vengono a loro volta considerate come spezzettate in poligoni semplici. Con questa **discretizzazione** è possibile trattare matematicamente e simulare l'interazione dei fluidi con le superfici.

Nasce così la **CFD** (*Computational Fluid Dynamics*), uno dei maggiori campi di utilizzo della matematica applicata. Grazie a essa è possibile verificare la bontà delle intuizioni degli aerodinamici prima di testarle in pista. La capacità di calcolo richiesta è però notevole, tanto più alta quanto più si vuole che la simulazione sia precisa. Per molti anni solo i super computer a disposizione delle grandi aziende aeronautiche raggiungevano la potenza di calcolo necessaria ma, alla fine degli anni Novanta, grazie al miglioramento delle tecnologie, divenne possibile anche per le scuderie di F1 dotarsi di computer in grado di analizzare una intera vettura di F1 alla CFD, con una precisione, però, ancora scarsa.

Negli anni successivi, con l'aumento della potenza dei computer e lo sviluppo dei software, la CFD divenne uno strumento così efficace da costringere le scuderie a dotarsi di un proprio **centro di calcolo** e di una squadra di matematici che lavorassero alle simulazioni. Non deve sorprendere perciò che la F1 negli anni Duemila, tramite collaborazioni con le università e le aziende di sviluppo di software abbia contribuito allo sviluppo della CFD. Il risultato è stato un enorme raffinamento dell'aerodinamica delle vetture fino a produrre gioielli come la [Ferrari](#), la [McLaren](#) o la [BMW](#) del 2008.

Dal 2009 è stata imposta dalla FIA (la *Fédération Internationale de l'Automobile*) non solo una semplificazione delle vetture, ma anche un **limite** ai test, alle ore di prova in galleria del vento e alla quantità di calcoli utilizzata nelle simulazioni, il tutto nel tentativo di limitare le spese. Negli ultimi anni perciò le scuderie non hanno più potuto beneficiare del vertiginoso aumento della potenza di calcolo dei computer, né delle nuove tecniche di simulazione. Anche se oggi è diventato possibile simulare direttamente quale sia la superficie migliore per raggiungere un certo scopo, le nuove tecniche non possono essere usate in F1 a causa dell'elevato **costo** computazionale. Eppure le scuderie continuano a investire molti soldi nella CFD per ottenere più dati possibili entro gli asfissianti limiti in cui sono costrette. Rispetto agli anni Duemila, però, il ritorno è di dubbia utilità al di fuori del regno dei regolamenti della FIA, la nuova Ferrari e tutte le altre vetture a breve presentate saranno quindi il frutto di enormi investimenti in un lavoro di CFD ormai [abbandonato e superato](#).

---

Articolo di Davide Michielin, pubblicato su OggiScienza

## La matematica della Coppa America

Segui il link per leggere l'articolo direttamente sul sito di OggiScienza

<http://oggiscienza.it/2016/01/14/matematica-coppa-america-fluidodinamica/>

TECNOLOGIA – I romantici storceranno il naso nel sapere che le ultime edizioni della **Coppa America**, il più antico e affascinante trofeo sportivo per cui si compete tuttora, si sono giocate più in laboratorio che in mare aperto.

La competizione rappresenta per la vela mondiale la palestra delle nuove tecnologie, sin da quando la goletta *America* – da cui la Coppa prende il nome – vinse la prima edizione grazie alle vele di cotone tagliate a macchina, migliori di quelle di lino tessute a mano dagli inglesi. Dal 1851 ad oggi l'evoluzione tecnologica è stata incessante, propiziando in alcuni casi affermazioni clamorose come quella del 12 metri **Australia II** che nel 1983 infranse la secolare egemonia statunitense montando una rivoluzionaria chiglia a T.

Lo sviluppo di una moderna **imbarcazione a vela** è tuttavia un processo molto dispendioso: il team BMW Oracle ha lavorato per oltre 130 000 ore al trimarano USA17, per un costo stimato superiore ai 400 milioni di dollari. Troppi, anche per il portafoglio di magnati come Larry Harrison ed Ernesto Bertarelli. Le regole introdotte nel 2013 hanno fissato un tetto massimo di spesa, spronando ulteriormente le squadre a cercare nuove soluzioni per ridurre il numero dei prototipi che precedono lo scafo definitivo. È qui che è venuta in soccorso la **matematica**: l'applicazione dei principi della **fluidodinamica** al disegno della barca e la simulazione in laboratorio riducono tempi e costi di sviluppo, limitando in modo sensibile il numero di configurazioni testate nei bacini artificiali.

La simulazione inizia dall'elaborazione di un **modello geometrico CAD** dell'imbarcazione che viene frazionata in milioni di piccole superfici geometriche per descrivere quanto più fedelmente possibile il comportamento dei fluidi che vi insistono. Una simulazione realistica non può infatti dipendere unicamente da valutazioni di natura idrodinamica ma deve tenere in considerazione anche l'aerodinamica delle vele e la superficie libera tra i due elementi.

Convertito il modello geometrico in una griglia di calcolo, ha quindi inizio la fase più impegnativa dell'intero processo: la risoluzione delle **equazioni di Navier-Stokes**, in grado di descrivere tutti i processi fluidodinamici. Questo complesso sistema di equazioni differenziali, di grande efficienza predittiva, non ammette tuttavia soluzioni analitiche (cioè delle soluzioni esatte) ma esclusivamente numeriche (cioè approssimate). La risoluzione di questi sistemi richiede una eccezionale potenza di calcolo per essere realizzata in tempi ragionevoli, e per questo motivo era ritenuta **impraticabile fino a venti anni fa**.

Lo sviluppo di algoritmi molto veloci e soprattutto il ricorso al calcolo parallelo – che consente di distribuire il carico di lavoro tra più calcolatori – hanno permesso il superamento di questa barriera, ponendo le basi per il successo di **Alinghi** nell'edizione 2003. I matematici hanno simulato in laboratorio cento tra le configurazioni geometriche proposte dai progettisti di Alinghi, risolvendo complessivamente sistemi fra i dieci e i trentacinque milioni di equazioni. Il gruppo di ricerca – guidato da **Alfio Quarteroni**, direttore di **Mathicse** al **Politecnico di Losanna** e oggi presidente di **Moxoff** – ha contribuito a migliorare il modello con l'utilizzo di simulazioni matematiche.

Attraverso il grande numero di simulazioni nascono i suggerimenti che durante la gara fanno la differenza: nelle acque di Auckland, lo scafo SUI64 si è imposto in tutte e cinque le regate, distaccando nell'ultima sfida i detentori del Team New Zealand di quasi un minuto. La collaborazione tra Alinghi e il professor Quarteroni è proseguita in preparazione dell'edizione successiva, simulando 400 geometrie diverse, per un totale di incognite superiore ai 135 milioni. Anche questa volta i risultati hanno premiato il team svizzero, che nell'estate del 2007 ha superato nuovamente Team New Zealand per 5-2 nella prima edizione della storia disputata in Europa (si gareggiò al largo di Valencia). La simulazione si è spinta anche nella correzione delle **strategie di gara**, con la messa a punto di modelli per decidere matematicamente come e quando virare nella fase di bolina.

Se ogni aspetto della regata è prevedibile dal laboratorio, vale ancora la pena di costruire delle barche reali? L'abilità umana e l'affiatamento dell'equipaggio possono sovvertire i pronostici di simulazioni numeriche sempre più realistiche? La storia di Russell Coutts, lo skipper più vincente nella storia della Coppa, suggerisce di sì. Separatosi da Alinghi nel 2004 per divergenza di vedute con l'armatore Bertarelli, il forte timoniere neozelandese è stato ingaggiato per guidare proprio il costosissimo e rivoluzionario trimarano di BMW Oracle che nel 2010 ha strappato il titolo ad Alinghi, ripetendosi anche nell'edizione successiva. Insomma, la secolare contesa tra galantuomini temprati dalle intemperie non è ancora giunta ai titoli di coda.

---

Articolo di Sara Stulle, pubblicato su OggiScienza

## Quando la matematica gioca a pallavolo

Segui il link per leggere l'articolo direttamente sul sito di OggiScienza

<http://oggiscienza.it/2015/03/16/matematica-modelli-pallavolo-moxoff/>

RICERCA – Forse il connubio **matematica** e **pallavolo** può sembrare azzardato, ma non è quello che pensa lo staff tecnico del [Calzedonia Verona](#), squadra di volley maschile che milita in serie A1. La società del Bluvolley Verona ha deciso di collaborare con [Moxoff](#), spin-off del Politecnico di Milano, per migliorare le proprie prestazioni di gioco con l'aiuto della tecnologia.

Moxoff è una società che raccoglie ingegneri specializzati nello sviluppo e nell'applicazione di **modelli matematici e numerici**. Il progetto che vede coinvolte queste due realtà apparentemente così lontane prevede diversi momenti: una prima fase di raccolta dei dati, una loro elaborazione e infine l'applicazione delle conclusioni raccolte per ottimizzare la resa della squadra sul campo da gioco.

Per analizzare i gesti tecnici dei giocatori, a partire dai fondamentali come battuta e ricezione, Moxoff si basa sul tracciamento di alcuni punti di interesse individuati sul corpo degli atleti. I pallavolisti vengono ripresi durante l'allenamento, i video studiati attraverso tecniche di *video processing* e i dati raccolti sul comportamento delle parti del loro corpo vengono infine analizzati at-

traverso **algoritmi** sviluppati dallo spin-off milanese.

In particolare Moxoff ricorre alla tecnica della *functional and data analysis* che consente di individuare per ciascun giocatore le caratteristiche del proprio gesto atletico. In questo modo la squadra è in grado di comprendere quali siano i fattori che influenzano la resa di ciascun atleta, raccogliendo così informazioni utili a ottimizzare il gioco della squadra. Per i preparatori atletici del Bluvolley Verona si tratta di un'opportunità per innovare le **tecniche di allenamento**, ora non resta altro che aspettare i risultati in campo.

---

Articolo di Vincenzo Senzatela, pubblicato su OggiScienza

## Una nuova tecnica per affrontare gli errori nei modelli matematici

Segui il link per leggere l'articolo direttamente sul sito di OggiScienza

<http://oggiscienza.it/2016/03/15/chimica-modelli-matematici-errore/>

RICERCA – Una tecnica matematica sviluppata per migliorare la produzione di **idrogeno** nell'industria chimica promette importanti ricadute in molti campi della scienza e dell'ingegneria. Lo studio è stato sviluppato da un gruppo di scienziati guidato dal Jonathan Sutton, ingegnere chimico della University of Delaware, ed è stato [pubblicato](#) su *Nature Chemistry*.

La ricerca si è focalizzata sul tentativo di comprendere al meglio le complesse **reazioni chimiche** che avvengono nel processo di produzione di idrogeno a partire dall'alcool al fine di migliorare l'efficienza del sistema. A questo scopo il gruppo di ricerca ha dovuto sviluppare un metodo per trattare correttamente gli **errori** dei calcoli del modello matematico utilizzato per descrivere la reazione e questo metodo, potenzialmente, è applicabile in molti campi, dalla biologia alla meteorologia, dallo studio del metabolismo degli esseri viventi alla depurazione delle acque.

I **modelli matematici** trovano un'applicazione pressoché universale. Scienza, ingegneria, economia: sono molti i settori che ne fanno uso. Questo perché, per analizzare e studiare un fenomeno o un sistema, è necessario costruire un modello che lo descriva, individuando le grandezze fondamentali in gioco e le relazioni che le legano. Dal sistema reale si passa così al modello matematico: un insieme di leggi rappresentate da equazioni che cerca di individuare le relazioni quantitative tra le grandezze. Se risolvendole si è in grado di prevedere correttamente i risultati di esperimenti di verifica, allora il modello è valido e funziona nel descrivere l'evoluzione del **sistema** che rappresenta.

Un esempio classico molto semplice è quello dell'oscillatore armonico, il modello che descrive il moto del **pendolo**. Le equazioni in questo caso sono poche e semplici da risolvere e il modello è in grado di fare previsioni molto precise. Le cose cambiano molto, però, se si considerano sistemi complessi, come un aereo in volo, l'atmosfera terrestre o le reazioni chimiche in pre-

senza di molte specie di atomi e molecole. In questo caso le **equazioni** sono in numero molto maggiore, più complesse e molto più difficili da risolvere. Anche se i calcolatori permettono oggi di risolvere modelli molto complessi, si è costretti comunque a ricorrere ad **approssimazioni** sia della fisica del sistema, sia delle equazioni.

Questo introduce degli **errori** che, propagandosi nei calcoli, possono portare a soluzioni molto differenti da ciò che si osserva nella realtà. Se però gli errori sono quantificabili e si capisce come si comportano nel modello, da un lato si riesce a tenerli sotto controllo, dall'altro si può capire come possono influenzare i risultati, determinando così l'**incertezza** delle previsioni del modello. Da ciò è possibile di capire se i risultati di un modello sono compatibili con quelli sperimentali o se il modello non funziona e va corretto.

Nello studio delle **reazioni chimiche**, i modelli matematici hanno un ruolo fondamentale nel comprendere i meccanismi che intervengono, nel prevedere i prodotti, l'energia immagazzinata o liberata e la velocità e l'**efficienza** del processo. Una delle informazioni più importanti sulle reazioni, per esempio nell'industria o nella biologia, è sapere la **velocità** con cui avvengono e i fattori che la influenzano. È, per esempio, molto importante studiare i fenomeni di catalisi (quando una reazione viene accelerata per la presenza di sostanze dette catalizzatori).

I modelli matematici spesso falliscono nel descrivere i processi di catalisi a causa delle **approssimazioni**, e in particolare si prevedono di solito velocità di reazione più lente di quelle reali. È questo il problema che il gruppo di ricerca guidato da Sutton ha dovuto affrontare nel tentativo di comprendere e migliorare la produzione dell'idrogeno attraverso un processo detto di [steam reforming](#) (*reforming* del vapore), il più usato a livello industriale. Attraverso questa tecnica l'idrogeno viene estratto dagli **idrocarburi** o dall'alcool attraverso una reazione in cui dei metalli intervengono come catalizzatori. In particolare la reazione studiata è la produzione di idrogeno a partire dall'**etanolo** (un alcool) catalizzata dal platino o dall'ossido di alluminio.

Per superare le difficoltà del modello dovute alla correlazione dei parametri, il gruppo di ricerca è riuscito a sviluppare una tecnica matematica che riesce a tenerne conto, permettendo di calcolare molto meglio gli errori. Il risultato ottenuto è un netto miglioramento delle capacità predittive del modello, una maggiore conoscenza delle complesse fasi che regolano la reazione e un'incertezza molto minore nei risultati. Il progresso fatto, però, si spinge molto al di là della produzione di idrogeno in quanto la soluzione al problema della correlazione tra i parametri è applicabile a qualsiasi modello matematico, da quelli per le previsioni meteo a quelli per la depurazione delle acque a quelli climatici, consentendo di migliorarne l'affidabilità.

# Glossario

---

**Aerodinamica:** La branca della meccanica che si occupa di studiare la dinamica dei gas e le loro interazioni con i corpi solidi. Viene applicata in molte aree della ricerca scientifica e tecnica ma è particolarmente importante nello studio dei fenomeni legati al volo.

**Approssimazione:** la rappresentazione di una grandezza, ad esempio un numero (pensiamo a quelli con molte cifre decimali), che pur non essendo del tutto esatta può essere utilizzata efficacemente.

**Meccanica:** in fisica, lo studio dell'equilibrio e dei movimenti dei corpi in rapporto a forze.

**Modello matematico:** se ne fa uso per modellizzare un oggetto, un fenomeno o un insieme di fenomeni, in modo da rappresentarlo nel modo più efficace e preciso possibile e poter fare delle previsioni sullo stato futuro. Se una piccola variazione dei dati iniziali inseriti nel modello (input) determina importanti oscillazioni nei risultati finali (output) il modello è detto non-lineare ed è difficile pensare di usarlo per previsioni a lungo termine. Un esempio vicino alla nostra quotidianità sono i modelli matematici usati in meteorologia e climatologia, di cui spesso si sente parlare in merito, ad esempio, alle previsioni sugli effetti del cambiamento climatico in corso.

**Prototipo:** il modello (o i modelli) iniziale di un manufatto, che una volta testato, modificato e collaudato in base alle proprie necessità diverrà lo "stampo" per il prodotto finito e dunque per la produzione in serie. Nell'ambito dell'innovazione, di fronte a nuove idee per strumenti o macchinari, possono essere necessari vari prototipi per arrivare a sviluppare il manufatto finale. Partendo da una definizione matematica tridimensionale (CAD, Computer-Aided Design) dell'oggetto è possibile sfruttare delle tecniche industriali per accelerare i tempi e produrre il prototipo con quella che viene chiamata prototipazione veloce. L'avvento delle stampanti 3D l'innovazione che le circonda da anni ha rappresentato un notevole passo in avanti in questo senso, oltre ad aver ridotto i costi.



# Competenze

---

## Dall'industria chimica allo sport: quando la matematica risolve i problemi

1. L'articolo "Una nuova tecnica per affrontare gli errori nei modelli matematici" illustra i risultati di uno studio che ha cercato di superare il problema degli errori nei modelli matematici. Dopo aver letto l'articolo, prepara una breve relazione che metta in evidenza:

- in che senso i modelli matematici contengono degli errori;
- quali possono essere le conseguenze di questi errori;
- in che modo gli autori dello studio hanno affrontato il problema.

2. La progettazione delle moderne vetture di F1 sfrutta l'utilizzo di simulazioni matematiche, come racconta l'articolo "La matematica applicata alla Formula1". Anche in questo ambito uno dei modelli utilizzati presenta il problema di non avere soluzioni esatte. Dopo aver letto l'articolo, prepara una presentazione che metta in evidenza:

- qual è il problema di approssimazione;
- come veniva affrontato fino alla fine degli anni Novanta;
- come è stato superato in seguito;
- quale innovazione ha permesso il miglioramento.

3. L'articolo "La matematica della Coppa America" racconta le innovazioni che sono state possibili anche grazie alla matematica nello sviluppo di barche a vela per la Coppa America. Lavorando in piccoli gruppi, immaginate di dover intervistare il matematico che ha collaborato con la progettazione di Alinghi. Dopo esservi documentati, preparate una lista di domande per capire in che modo il suo lavoro ha contribuito al successo della barca.

4. Nell'ultimo paragrafo dell'articolo, il giornalista si chiede "Se ogni aspetto della regata è prevedibile dal laboratorio, vale ancora la pena di costruire delle barche reali?". Ti sembra che un alto livello di simulazioni e analisi matematiche possa togliere senso alla competizione e allo sport? Potresti paragonare le simulazioni matematiche al doping sportivo? Con un gruppo di compagni organizzate una discussione su questo argomento, raccogliendo esempi a favore e contro questa posizione. Presentate alla classe i risultati della discussione.

5. Nell'articolo "Quando la matematica gioca a pallavolo" la giornalista racconta un progetto che prevede una collaborazione tra matematici e giocatori e allenatori di pallavolo. Quali altri sport potrebbero beneficiare di un modello simile, che possa analizzare i dati dei giocatori e ottimizzare la resa? In quali sport sarebbe invece più difficile utilizzare un modello simile? Perché?

# Collegamenti interdisciplinari

---

## Lingua e letteratura italiana

### **Comprendere la narrazione sportiva**

Giornali, televisione, libri, biografie, film. Lo sport ci circonda costantemente basta pensare che la Gazzetta dello Sport è uno dei giornali più letti in Italia è.

Tra lessico, testo, costruzione dell'articolo, titolo, cosa differenzia un testo giornalistico da un articolo di cronaca o di approfondimento? Quali metafore e linguaggi vengono utilizzati nella narrazione sportiva in giornalismo, al cinema e nei libri?

---

## Economia

### **Comprendere la dimensione economica dello sport**

L'attività sportiva, dalla fine degli anni Sessanta in poi, si è sviluppata seguendo anche criteri di profitto, estendendo la logica di mercato ad ambiti che, in precedenza, seguivano logiche totalmente diverse. L'attività sportiva, quindi, ha assunto una dimensione economica sempre crescente nelle economie dei paesi sviluppati. Tecnologia, compensi astronomici, sponsor, pubblicità, premi, grandi eventi, interessi di giornali e televisioni: si tratta dell'economia del tempo libero. Di cosa si tratta? Che cifre muove in un paese come l'Italia? È giusto spendere così tanti soldi in generi non di prima necessità quando nel mondo c'è un grave squilibrio di ricchezza tra paesi sviluppati e paesi in via di sviluppo?

---

## Etica

### **Comprendere il legame tra scienza, società e sport**

I modelli matematici sono importanti nello sport come in moltissimi campi della vita umana, dall'economia al clima. Non tutti i Paesi e le società sportive, però, possono permettersi ricercatori e modelli matematici per studiare i migliori movimenti, traiettorie, velocità, tecnologie da utilizzare in una specifica disciplina sportiva. Si devono prendere delle precauzioni per non creare ulteriori disuguaglianze tra chi può permettersi la ricerca e lo sviluppo e chi non può? In che modo?

# Ulteriori risorse online

Oilproject, video-lezioni di matematica

<http://www.oilproject.org/lezioni/scienze/matematica>

RaiScuola - algoritmi per lo sport

<http://www.raiscuola.rai.it/articoli/algoritmi-per-lo-sport/29465/default.aspx>